

باسمه تعالی  
هجدهمین دوره‌ی المپیاد کامپیوتر

آزمون پایانی گراف

سه‌شنبه ۱۲ شهریور ۱۳۸۷

وقت: ۳/۵ ساعت

زادی‌مقدم

مسئله‌ی اول: افراز به جنگل ..... ۲۵ نمره  
ثابت کنید یال‌های یک گراف  $k$  - منتظم  $G$  را می‌توان به  $k$  دسته افراز کرد به طوری که یال‌های هیچ دسته‌ای دور نداشته باشند.

مسئله‌ی دوم: جهت‌دهی عادلانه ..... ۲۵ نمره  
ثابت کنید می‌توان  $n$  یال از یک گراف  $k$  - منتظم ( $k \geq 2$ ) را طوری انتخاب کرد و جهت‌دهی نمود که درجه‌ی خروجی هر رأس دقیقاً یک شود.

مسئله‌ی سوم: توران ..... ۲۵ نمره  
ماکزیمم تعداد یال‌های یک گراف  $n$  - راسی  $K_4$  - آزاد<sup>۱</sup> با بزرگترین درجه  $\Delta$  برحسب  $n$  و  $\Delta$  چه قدر است؟

مسئله‌ی چهارم: کم‌مسیر ..... ۲۵ نمره  
در گراف بدون جهت و همبند  $G$ ، بین هر دو رأس حداکثر دو مسیر وجود دارد. تعداد یال‌های  $G$  برحسب  $n$  چه اعدادی می‌تواند باشد؟

«موفق باشید!»